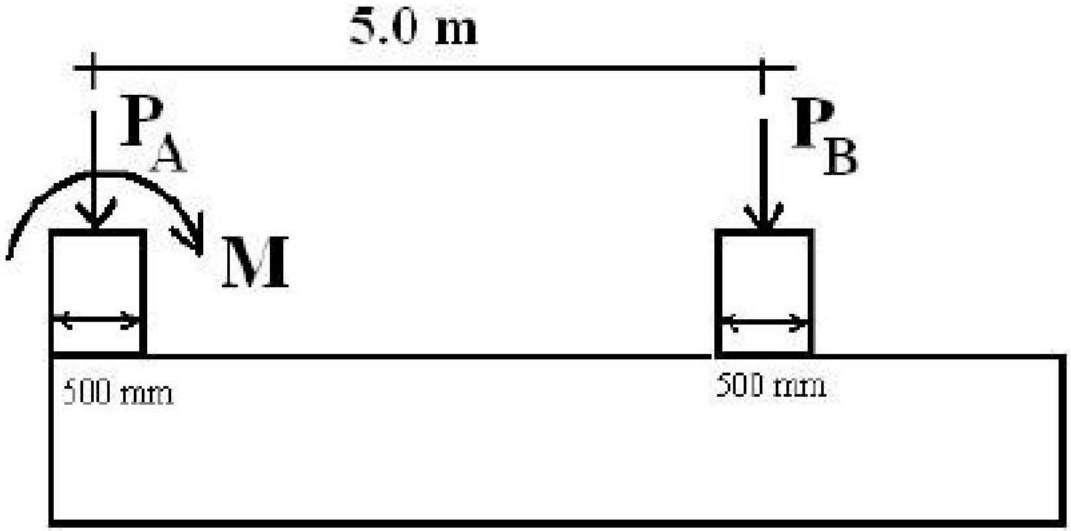
طراحی پی مرکب

مثال: جهت انتقال بارهای قائم ستون کناری **A** واقع در حریم قانونی زمین و ستون میانی **B** زمین ، از یک پی مرکب با پلان مستطیلی استفاده می شود . بار های مرده و زنده این ستون به شرح زیر است:

A: $P_D = 750KN$, $P_L = 500KN$, $M_D = 220KN.m$, $M_L = 160KN.m$

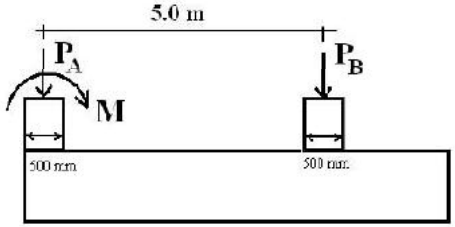
B: $P_D = 1600KN$, $P_L = 1100KN$

مقطع ستون **A** برابر 300x500 mm (بعد بزرگ ستون در راستای طولی پی قرار دارد) و مقطع ستون **B** برابر 500x500mm می باشد.تنش مجاز خالص خاک در زیر پی $q_{net} = 200Kpa$ ، $f'_c = 25Mpa$ ، $f_y = 400Mpa$ فرض می شود . مطلوب است طراحی کامل پی .



در مثال ملاحظه می شود که فاصله محور ستون کناری A از لبه پی m=250mm است. فاصله نقطه اثر بار برایند R از محور ستون کناری (n) بصورت زیر تعیین می شود:

$$P_A = 750 + 500 = 1250KN \ , \quad M_A = 220 + 160 = 380KN.m$$
$$P_B = 1600 + 1100 = 2700KN$$
$$R = 1250 + 2700 = 3950KN$$



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \quad R \times n = P_B \times 5.0 + M_A \Rightarrow \qquad n = \frac{2700 \times 5 + 380}{3950} = 3.514 \ m$$
$$l = 2(m + n) = 2(250 + 3514) = 7528mm \Rightarrow \qquad \text{USE } \ell = 7500\text{mm}$$

تعیین عرض پی :

$$\frac{R}{b \times l} = q_{net} \Rightarrow \ \text{b} = \frac{\text{R}}{\text{q}_{net} \times l} = \frac{3950}{200 \times 7.5} = 2.633m \qquad \Rightarrow b = 2633mm$$

بنابراین ابعاد پی مرکب برابرست با $l \times b = 7.5 \times 2.6m$

برای تعیین ضخامت پی و محاسبات مربوط به فولاد گذاری خمشی توزیع تنش تحت بارهای ضریبدار تعیین می شود.

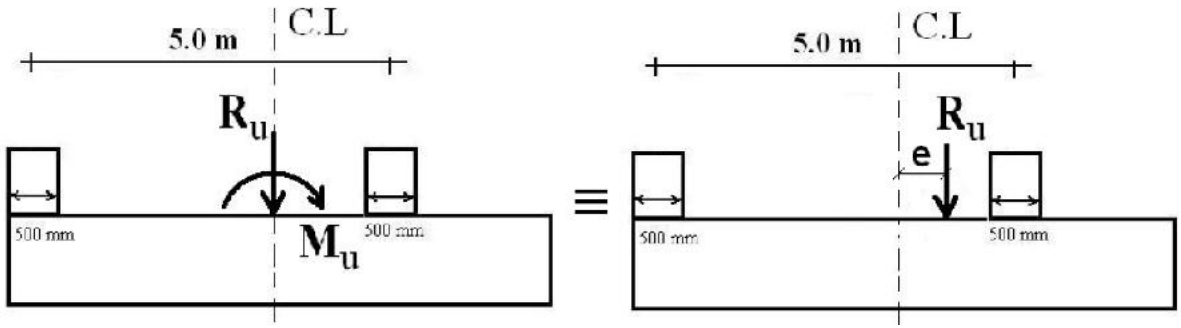
$$P_{uA} = (1.25 \times 750) + (1.5 \times 500) = 1687.5KN$$
$$M_{uA} = (1.25 \times 220) + (1.5 \times 160) = 515KN.m$$
$$P_{uB} = (1.25 \times 1600) + (1.5 \times 1100) = 3650KN$$

با توجه به اینکه ابعاد و محل قرار گیری نیروی برآیند بر اساس بارهای بدون ضریب محاسبه می شود با ضریبدار کردن بارها باعث جابجایی محل اثر بردار برآیند می گردد. یافتن محل اثر بار برآیند:

$$R_u = P_{uA} + P_{uB} = 1687.5 + 3650 = 5337.5KN$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_u \times n = P_{uB} \times 5 + M_{uA} \Rightarrow n = \frac{3650 \times 5 + 515}{5337.5} = 3.516m$$

$$e = \frac{7.5}{2} - (3.516 + 0.25) = -0.016m$$

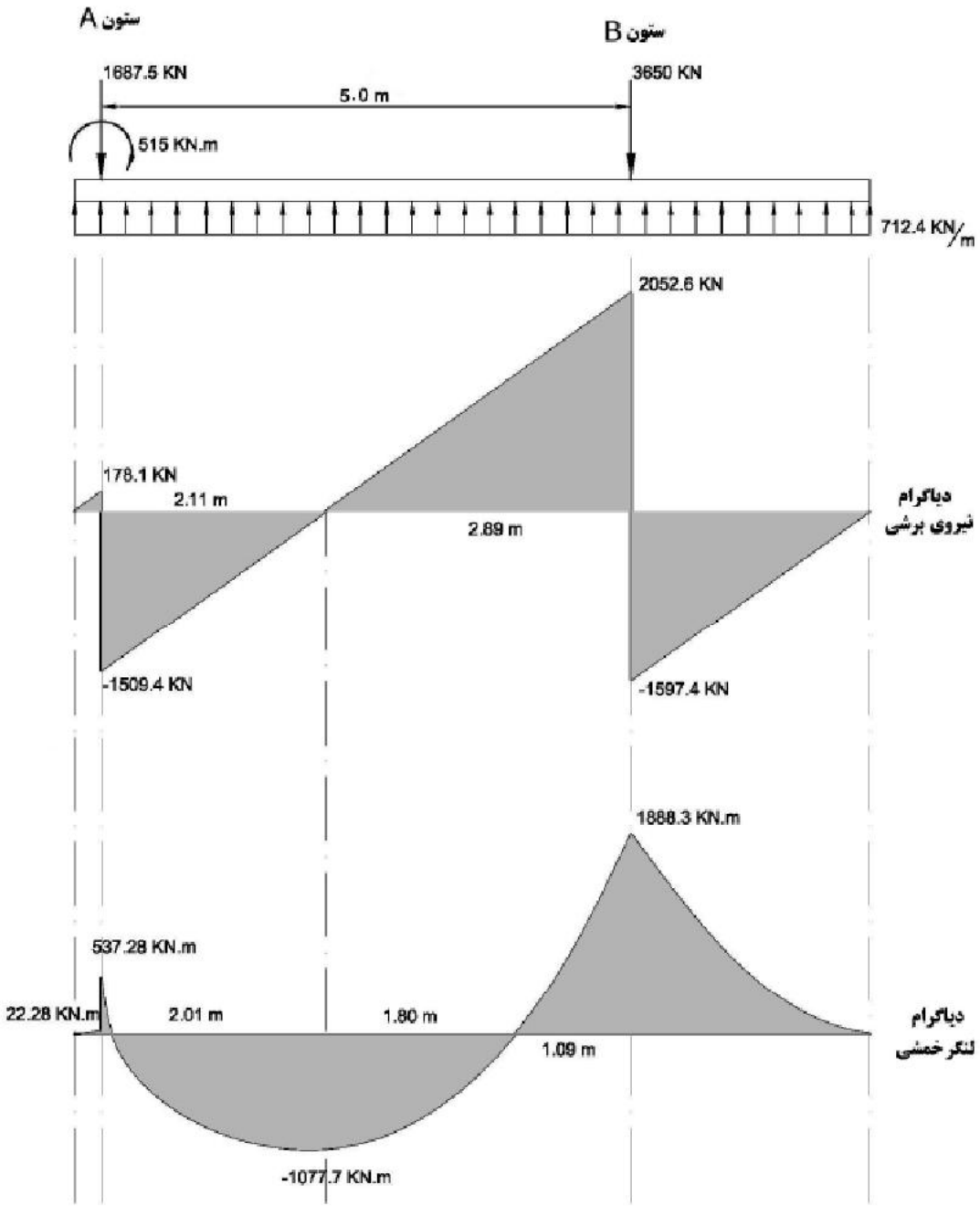


در مقایسه با ابعاد پی خروج از مرکزیت ناچیز است، لذا در توزیع تنش نهایی خاک در زیر پی، لنگر را لحاظ نمی کنیم.

$$q_{ult} = \frac{R_u}{l \times b} = \frac{5337.5 \times 10^3 N}{7500 \times 2600} = 0.274Mpa$$

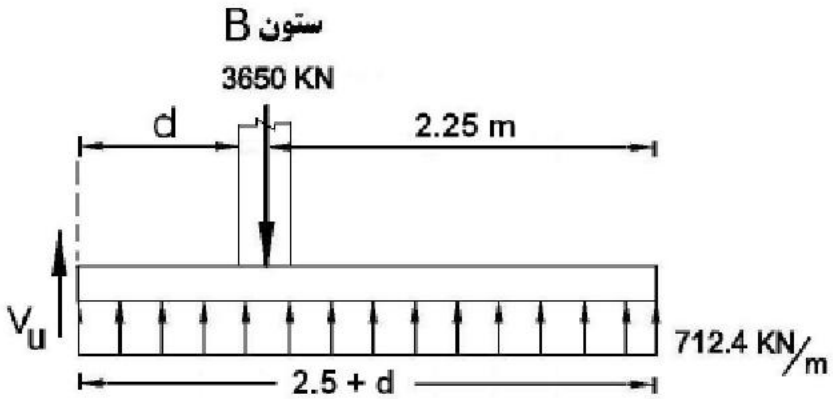
برای ترسیم نمودار لنگر خمشی و نیروی برشی، تنش نهایی زیر پی را به صورت بار خطی لحاظ می کنیم.

$$W_u = q_{ult} \times b = 0.274 \times 2600 = 712.4 \frac{N}{mm} \quad (\frac{KN}{m})$$


ستون A
ستون B
1687.5 KN
5.0 m
3650 KN
515 KN.m
712.4 KN/m
2052.6 KN
178.1 KN
2.11 m
2.89 m
دیاگرام
نیروی برشی
-1509.4 KN
-1597.4 KN
1888.3 KN.m
537.28 KN.m
22.28 KN.m
2.01 m
1.80 m
1.09 m
دیاگرام
لنگر خمشی
-1077.7 KN.m

کنترل برش یکطرفه:

با توجه به مقادیر نیروهای برشی در دیاگرام برش ، بیشترین برش یکطرفه ی طراحی به فاصله d از وجه سمت چپ ستون B است که یا می توان از روی دیاگرام به دست آورد یا با برش به فاصله d از وجه سمت چپ ستون B به صورت زیر محاسبه نمود:



$$V_u = 3650\times10^3 - \left[712.4\times(2.5\times10^3 + d)\right]$$

$$V_c = 0.2\phi_c\sqrt{f'_c}.b_w.d = 0.2\times0.65\sqrt{25}\times2600\times d = 1690d$$

باید $V_u = V_c \Rightarrow 3650\times10^3 - \left[712.4\times\left(2.5\times10^3 + d\right)\right] = 1690d$

از حل معادله $\Rightarrow \; d = 778mm \qquad \Rightarrow USE: d = 778mm, \qquad h = 850mm$

کنترل برش دو طرفه: لازم است کافی بودن ضخامت پی بر اساس برش دو طرفه به صورت زیر کنترل شود.

برش دو طرفه پیرامون ستون B :

$$V_u = P_{uB} - q_u(c_1 + d)(c_2 + d) = 3650\times10^3 - (0.274)(500 + 778)^2 = 3203\times10^3\,N$$

$$V_C = 2(0.2\phi_C\sqrt{f'_C})b_0.d = 2(0.2\times0.65\times\sqrt{25})(5112)(778) = 5170\times10^3\,N$$

$$b_0 = 2(c_1 + c_2 + 2d) = 2(500 + 500 + 2(778)) = 5112mm$$

$V_u \le V_c \Rightarrow 3203\times10^3 \le 5170\times10^3$ O.K.

طراحی میلگردهای خمشی طولی:

با توجه به نمودار لنگر خمشی ترسیم شده، برای حداکثر مقدار لنگر خمشی منفی و مثبت، میلگرد مورد نیاز مقطع را طراحی می کنیم.

$M^{-}_{max} = -1077.7KN.m \quad b_w = 2600mm \quad d = 778mm \quad f'_c = 25Mpa \quad f_y = 400Mpa$

می توان با استفاده از روابط زیر As_{eq} را تعیین نمود:

$$m = \frac{\phi_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f'_c} = \frac{0.85 * 400}{0.812 * 0.65 * 25} = 25.76$$

$$R = \frac{Mu}{bd^2} = \frac{1077.7 * 10^6}{2600 * (778)^2} = 0.68$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{\phi_s f_y}}\right\} = \frac{1}{25.76}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2(25.76) * 0.68}{0.85 * 400}}\right\} = 0.002$$

$$\Rightarrow A_s = \rho.b.d = 0.002 * 2600 * 778 = 4045.6mm^2$$

$\Rightarrow A_{s,min} = 0.0018 * 2600 * 778 = 3641mm^2 \rightarrow O.K.$ میلگرد S400 می باشد

$$USE \quad at \ the \quad \text{Top } 16\bar{\phi}18 @ 15\text{cm} \quad C/C$$

$M^{+}_{max} = 1888.3KN.m \quad b_w = 2600mm \quad d = 825mm \quad f'_c = 25Mpa \quad f_y = 400Mpa$

$$m = \frac{\phi_s f_y}{0.812\phi_c f'_c} = 25.76 \qquad R = \frac{Mu}{bd^2} = \frac{1888.3 * 10^6}{2600 * (778)^2} = 1.20$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{\phi_s f_y}}\right\} = 0.0037$$

$$\Rightarrow A_s = 0.0037 * 2600 * 778 = 7484mm^2$$

$$A_{S,min} = 0.0018 * 2600 * 778 = 3641mm^2 \rightarrow O.K$$

$$\rightarrow USE \ at \ the \ BOTTOM \ : 23\bar{\phi}20 @ 10 \ cm \quad C/C$$

میلگرد های بالا در سر تاسر فاصله ی بین دو ستون ادامه می دهیم ، میلگرد های پایین باید از محل نقطه عطف (محل صفر شدن لنگر) به اندازه $\max\{d, 12d_b\}$ ادامه یابد

طراحی میلگرد های خمشی در جهت عرضی پی:

طبق توضیحات قبلی، در جهت عرضی فرض می شود که بار ستون در عرض نواری معادل عرض ستون بعلاوه ی عمق موثر پی در هر دو طرف ستون منتقل می شود . بدین ترتیب میلگرد های عرضی پی در محدوده ی ستون های A و B به صورت زیر طراحی می شود:

-عرض نوار در محدوده ستون **A** :

$$L' = 500 + 778 = 1278mm$$

$$q_{uA} = \frac{P_{uA}}{bL'} = \frac{1687.5 * 10^3}{2600 * 1278} = 0.51Mpa$$

$$M_{\max} = (0.51 \times 1278)\frac{\left[\frac{(2600-300)}{2}\right]^2}{2} = 430.98 * 10^6 N.mm$$

$$\begin{cases} M_u = 431 * 10^6 N.mm \\ b_w = 1278\ mm \\ d = 778\ mm \\ f'_c = 25\,Mpa \\ f_y = 400\ Mpa \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho = 0.0017 < \rho_{\min} = 0.0018$$

$$\Rightarrow A_s = 0.0018 * 1278 * 778 = 1789mm^2$$

$$USE : 8\bar{\phi}18@15Cm\ {}^{C}\!/_{C}$$

عرض نوار در محدوده ستون B:

$$L'_B = 500 + 2(778) = 2056mm$$

$$q_u = \frac{3650 * 10^3}{2600 * 2056} = 0.68Mpa$$

$$M_{\max} = [0.68 * 2056] * \frac{\left[\frac{(2600-500)}{2}\right]^2}{2} = 770.6 * 10^6 N.mm$$

$$\left.\begin{array}{l} M_{u\max} = 77006 * 10^6 N.mm \\ b_w = 2056mm \\ d = 778mm \\ f'_c = 25Mpa \\ f_y = 400Mpa \end{array}\right\} \Rightarrow \rho = 0.0015 < 0.0018$$

$$\Rightarrow A_s = 0.0018 * 2056 * 778 = 2879mm^2$$

$$USE: 14\bar{\phi}16 @ 15Cm \quad C/C$$

در بقیه قسمتهای شالوده در جهت عرضی می بایست از میلگردهای حداقل (میلگردهای افت و حرارت) استفاده نمود.

$$\Rightarrow \rho_{\min} = 0.0018$$

$$\Rightarrow A_s = 0.0018 * 1000 * 778 = 1400mm^2 \Rightarrow at\ each\ side\ \frac{1400}{2} = 700\,mm^2 \Rightarrow \phi 12\ @15\,cm$$