مثال) یک ستون به ابعاد $450\times450\,mm$ **با بتنی با** $f'_c=30\,MPa$ **که با 8 میلگرد آجدار** $\Phi26$ **با** $f_y=350MPa$ **مسلح شده است. نیروی محوری بدون ضریب** $1000\,KN$ **به علت بار مرده و** $800\,KN$ **به علت بار زنده را حمل می کند. فرض کنید تنش مجاز خاک** $245\,KN/m^2\ (kpa)$ **باشد. یک شالوده مربعی برای این ستون که کف آن ۱/۵ متر پایین تر از سطح زمین باشد طراحی نمایید.**

وزن مخصوص بتن شالوده $\gamma_c=24\,^{KN}/_{m^3}$ وزن مخصوص خاک $\gamma_{soil}=17.5\,^{KN}/_{m^3}$

گام ۱) محاسبه تنش مجاز خالص خاک

$$q_{net}=q_{all}-h_c\gamma_c-h_s\gamma_{soil}$$

با توجه به اینکه فعلاً ضخامت پی مشخص نشده آنرا h = 60 cm فرض می کنیم:

$$q_{net}=245-0.6(24)-0.9(17.5)=214.85\approx215\,^{KN}/_{m^2}$$

گام ۲) تعیین ابعاد پی

از آنجا که فقط بار محوری خالص از ستون به پی منتقل می شود. یک پی مربعی مناسب ترین گزینه طراحی محسوب می شود.

$$\text{سطح پی}\ \Rightarrow\ A_f=B\times B\geq\frac{P_D+P_L}{q_{net}}\ \Rightarrow\ B^2\geq\frac{1000+800}{215}=8.37\,m^2$$

از یک شالوده $3\times3=9\,m^2$ استفاده می کنیم.

گام ۳) محاسبه تنش زیر پی تحت بارهای ضریبدار

$$P_u=1.25P_D+1.5P_L=\ 1.25\ (1000)+1.5(800)=2450\ \text{KN}$$

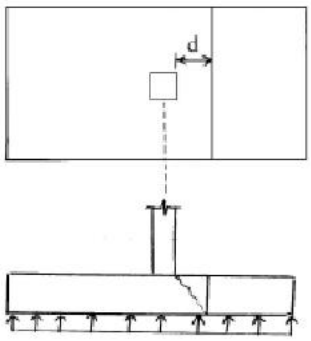
$$q_u=\frac{2450}{9}=272.2\,\frac{KN}{m^2}$$

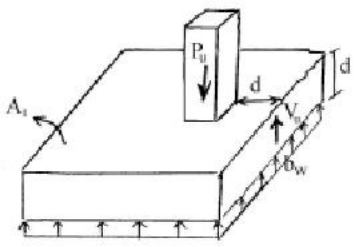
گام ۴) محاسبه ضخامت شالوده

ضخامت پی را بر اساس کنترل برش یکطرفه به فاصله d از بر ستون و کنترل برش دو طرفه به فاصله $d/2$ از بر ستون تعیین می کنیم.

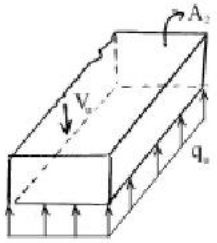
برش یکطرفه

$$V_u=q_uA_2=q_uB(\frac{L}{2}-\frac{c}{2}-d)$$





شکل ۱



شکل ۲

واحدها را به N و mm تبدیل می کنیم

$$q_u = 272.2\,{}^{KN}\!/_{m^2} = 0.272\,{}^{N}\!/_{mm^2}$$

$$V_u = 0.272 \times 3000(\frac{3000}{2} - \frac{450}{2} - d) = 816 \times (1275 - d)$$

این V_u باید کوچکتر یا مساوی ظرفیت برشی بتن باشد: $V_u \le V_c$

اما محاسبه V_c

$$V_c = 0.2\phi_c \sqrt{f'_c}.b_w.d$$

$$V_c = 0.2 \times 0.65\sqrt{30} \times 3000 \times d = 2136.1d$$

$$V_c = V_u \Rightarrow 2136.1d = 816 \times (1275 - d) \quad \Rightarrow d = 352.4mm$$

مقدار فوق ضخامت لازم پی می باشد به نحوی که از لحاظ برش یکطرفه مشکل نداشته باشد.

برش پانچینگ (دو طرفه)

$$V_u = P_u - q_u A_0 = (2450 \times 10^3) - 0.272(c + 2(\frac{d}{2}))^2 = (2450 \times 10^3) - 0.272(450 + d)^2$$

$$V_C = \min\begin{cases} (1 + \frac{2}{\beta_c})(0.2\phi_c\sqrt{f'_c})b_o d \\ 2(0.2\phi_c\sqrt{f'_c})b_o d \\ (\frac{\alpha_s d}{b_o} + 1)(0.2\phi_c\sqrt{f'_c})b_o d \end{cases}$$

ستون وسط: $\beta_c = \frac{450}{450} = 1 \qquad \phi_c = 0.65 \qquad f'_c = 30MPa \qquad \alpha_s = 20$

در انتخاب کمترین عبارت، عبارت دوم کوچکتر از عبارت اول و سوم است چون در عبارت اول $1 + (\frac{2}{\beta_c}) = 3$ و در عبارت سوم مقدار $\frac{\alpha_s d}{b_0}$ با توجه به حداقل مقدار d برابر $352.4mm$

$$\frac{\alpha_s d}{b_0} = \frac{20 \times 352.4}{4(450 + 352.4)} = 2.19$$

پس عبارت دوم کمترین است.

$$V_c = 2(0.2\phi_c\sqrt{f'_c})b_0 d = 2(0.2 \times 0.65\sqrt{30})(4(450+d))d \quad \Rightarrow V_c = 5.69(450 + d)d$$

$$\Rightarrow V_u = V_c \quad \Rightarrow 5.69(450+d)d = 2450 \times 10^3 - 0.272(450+d)^2$$

با حل معادله درجه دوم $\Rightarrow 5.96d^2 + 28.05.3d - 2394.9 \times 10^3 = 0 \quad \Rightarrow d = 441mm$

مقدار فوق ضخامت لازم پی می باشد به نحوی که از لحاظ برش منگنه ای (دو طرفه) مشکل نداشته باشد.
لذا از دو مقدار d به دست آمده از دو معیار کنترل برش یکطرفه و برش دو طرفه، مقدار $d = 441\ mm$ را به عنوان ضخامت موثر پی اعلام می کنیم.

با توجه به اینکه پوشش بتنی روی میلگردها برای پی ها حداقل $75\ mm$ است و ضخامت میلگرد فونداسیون $\Phi 26$ فرض می شود، پس h فونداسیون برابر است با :

برای یک جهت $d = h - (\text{پوشش بتنی}) - 1/2\ (\text{قطر میلگرد})$

برای جهت دیگر $d = h - (\text{پوشش بتنی}) - 1/2\ (\text{قطر میلگرد}) - (\text{قطر میلگرد})$

به طور متوسط $\Rightarrow d = h - (\text{پوشش بتنی}) - (\text{قطر میلگرد})$

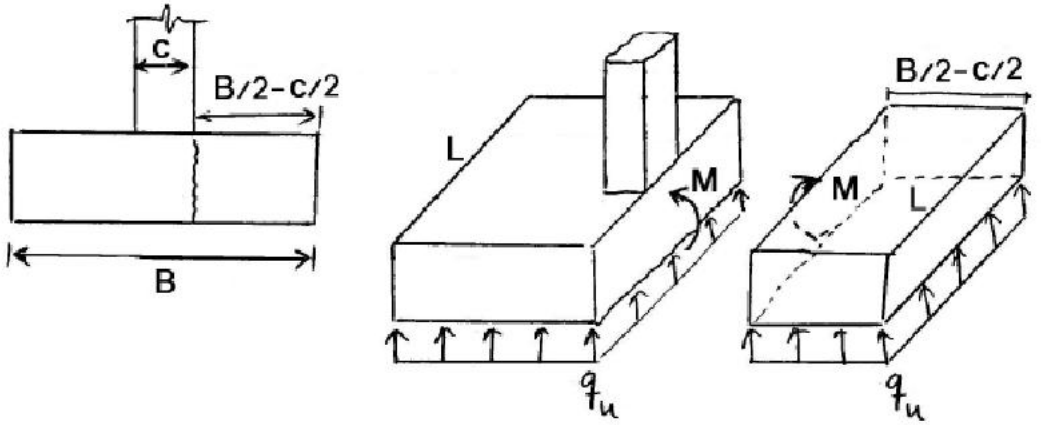
$$h = d + (75) + 26 = 441 + 75 + 26 = 542\ mm \Rightarrow \approx 550\ mm$$

پس ارتفاع کل $h=55\ cm$ فرض می شود که هر دو برش یکطرفه و پانچینگ را جوابگوست. ضخامت موثر بر مبنای $h=55\ cm$ را محاسبه می کنیم:

$$d = 55 - 7.5 - 2.6 \quad \Rightarrow \quad d \approx 45cm$$

گام ۵) طرح میلگردهای خمشی

طبق بخشهای قبلی: مقطع بحرانی خمش در پی واقع در زیر یک ستون بتن آرمه، بَرِ ستون است. به طوری که ستون برای پی مانند یک تکیه گاه گیر دار عمل کرده و پی تحت تنشهای وارده از طرف خاک، عملکردی مشابه یک تیر کنسولی دارد که از زیر بارگذاری شده باشد.



$$\text{طول تیر کنسول} = [(B/2 - C/2)] = (3000/2 - 450/2) = 1275mm$$

$$M_u = [q_u (B/2 - C/2) \times L\ ] \times (B/2 - C/2) \times 1/2$$

$$M_u = [0.272(1275)(3000)\ ] \times (1275) \times 1/2 = 663.2 \times 10^6\ N.mm$$

گام ۵) طرح میلگردهای خمشی

اکنون فولاد کششی مورد نیاز مقطع را طراحی می کنیم:

عرض مقطع

$d = 45\ cm = 450\ mm$

$l = 300\ cm = 3000\ mm$

$f'c = 30\ Mpa \qquad fy = 350\ Mpa \qquad Mu = 663.2 \times 10\text{^}6\ N.mm$

$$m = \frac{\phi_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f'_c} = \frac{0.85 \times 350}{0.805 \times 0.65 \times 30} = 18.95 \quad (\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015(30) = 0.805)$$

$$R = \frac{Mu}{bd^2} = \frac{663.2 \times 10^6}{3000 \times (450)^2} = 1.09$$

$$\rho = \frac{1}{m}\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{\phi_s f_y}}\right\} = 0.0038$$

$$A_{sreq} = \rho b.d = 0.0038 * 450 * 3000 = 5130 mm^2$$

کنترل با $As(max)$ و $As(min)$

تعیین $As(min)$:

چون ضخامت پی کمتر از ۱۰۰ سانتیمتراست و میلگرد نیز S350 است، لذا

$$\rho_{min} = 0.002$$

$$A_s(\min) = \rho(b.d) = 0.002(500 \times 3000) = 3000\ mm^2$$

پس As به دست آمده از $As(min)$ بیشتر است. (OK)

تعیین $As(max)$:

$$\rho_b = \alpha_1 \beta_1 (\frac{\phi_c}{\phi_s})(\frac{f'_c}{f_y})(\frac{700}{(700 + fy)}) = 0.805 \times 0.895 (\frac{0.65}{0.85})(\frac{30}{350})(\frac{700}{(700 + 350)})$$

$$\rho_b = 0.0315$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.805$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.895$$

$$\rho_{\max} = \min\begin{cases} 0.025 \\ \rho_b = 0.0315 \end{cases}$$

$$A_s(\max) = \rho_{\max}(b.d) = 0.025(450 \times 3000) = 33750\ mm^2$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c$$
$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c$$

پس As به دست آمده از $As(max)$ کمتر است. (OK)

$$USE \Rightarrow \quad A_s = 5130 \quad \Rightarrow 17\,\Phi\,20$$

چون پی مربعی است پس در دو جهت عمود بر هم در کف پی، مقدار فوق قرار داده می شود.

با توجه به پوشش بتنی به مقدار $75mm$ برای میلگردها در نظر گرفته می شود. لذا فاصله میلگردها عبارتست از:

فاصله = $(3000\text{-}150)/16 = 178\,mm \quad \Rightarrow 17\,\Phi\,20\ @\ 17.5\,cm$

در اینجا لازم است طول مهاری میلگردها نیز بررسی شود که به عهده دانشجویان واگذار می گردد. معمولاً حتی با وجود کافی بودن طول مهاری، انتهای میلگردها را با قلاب استاندارد خم می کنند.

گام ۶) بررسی انتقال نیرو از پای ستون به پی (طراحی میلگردهای انتظار)

$$P_u = 1.25P_D + 1.5P_L = 2450\,KN$$

چون عرض پی (به عنوان تکیه گاه ستون) در تمام وجوه از سطح ستون عریض تر است لذا مقاومت اتکایی بتن از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_b = 0.85\,\phi_c f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$$

$$A_2 = (450 + 2(2\times 550))^2 = 7.02\times 10^6 mm^2$$

$$A_1 = 450\times 450 = 0.2\times 10^6 mm^2$$

طبق ضوابط باید $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \le 2$ باشد، اما در اینجا صدق نمی کند، پس $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 2$ فرض می کنیم.

$$P_b = 0.85.\phi_c.f'_c.A_1.(2) = 0.85\times 0.65\times 30\times (450\times 450)\times 2 = 6712875N = 6712.8KN$$

$$\Rightarrow \quad P_u < P_b$$

پس نیازی به محاسبه میلگرد انتظار نیست اما حداقل فولاد برای اطمینان از رفتار شکل پذیر باید قرار داده شود:

$$A_{sd}(\min) = 0.005A_g = 0.005(450\times 450) = 1012.5\,mm^2 \Rightarrow \quad USE \quad 8\Phi 14$$